

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

ФГБОУ ВО «ВГУ»

доктор биологических наук,

профессор В.Н.Попов



О т з ы в

ведущей организации на диссертацию Борель Лидии Викторовны «Вырожденные линейные эволюционные уравнения с интегральными возмущениями», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В работе исследованы дифференциальные уравнения, не разрешимые относительно производной по времени, содержащие интегральные слагаемые различного вида. В случае интегрального оператора Фредгольма эти уравнения представляют собой обобщение нагруженных дифференциальных уравнений, которые часто встречаются при математическом моделировании биологических и экономических систем, при исследовании разрешимости обратных задач для дифференциальных уравнений, при численном поиске решений дифференциальных уравнений разностными ме-

тодами. Начально-краевые задачи для нагруженных уравнений исследовались А.М.Нахушевым, А.И.Кожановым и многими другими математиками для дифференциальных уравнений различного вида, но не для вырожденных эволюционных уравнений. Другой исследованный класс уравнений — это так называемые уравнения с эффектами памяти, которая моделируется присутствующим в уравнении слагаемым, представляющим собой интеграл Вольтерра. Эти уравнения моделируют термомеханическое поведение полимеров, вязкоупругих жидкостей и подобных им по физическим свойствам сред. Уравнения с памятью для различных типов уравнений, описывающих динамику соответствующих процессов, исследованы во многих работах — М.Е.Gurtin, А.С.Pipkin, С.Giorgi, А.Marzocchi, S.Gatti, М.Grasselli, V.Pata, М.Squassina. Вырожденные эволюционные уравнения высокого порядка с памятью активно исследуются иркутскими математиками М.В.Фалалеевым и С.С.Орловым в случае фредгольмова оператора при производной при наличии полного M -жоданова набора, а также в случае спектральной ограниченности пары операторов. Отметим, что в данной диссертационной работе исследуются новые интересные классы нагруженных уравнений и уравнений с памятью, поэтому тема диссертации представляется весьма актуальной

В первой главе диссертационной работы приводятся используемые в дальнейшем определения и результаты теории вырожденных полугрупп операторов, полученные ранее В.Е.Федоровым.

Вторая глава диссертационной работы посвящена исследованию начальных задач Коши и Шоултера–Сидорова для вырожденных эволюционных уравнений в банаховых пространствах, возмущенных интегральным оператором Фредгольма. При условии сильной (L, p) -радиальности оператора M в уравнении с использованием известного представления решения соответствующего линейного неоднородного уравнения и теоремы о сжима-

ющем отображении получены достаточные условия однозначной разрешимости этих задач. На примерах начально-краевых задач для вырожденных псевдодифференциальных уравнений и для алгебро-дифференциальных систем уравнений проиллюстрированы полученные результаты.

В третьей главе сначала получены условия однозначной разрешимости задачи с заданной предысторией для разрешенного относительно производной эволюционного уравнения с памятью в банаховом пространстве. Введением в рассмотрение дополнительной неизвестной функции исходная задача редуцируется к задаче Коши для линейной неоднородной системы уравнений без эффектов памяти в более широком пространстве. Показано, что если в исходном уравнении оператор при неизвестной функции порождает (C_0) -полугруппу, то при некоторых дополнительных необременительных условиях инфинитезимальным генератором (C_0) -полугруппы является и оператор при паре неизвестных функций в полученной системе. Затем эти результаты использованы при исследовании однозначной разрешимости задач с заданной предысторией для вырожденного эволюционного уравнения с памятью в банаховом пространстве, содержащего сильно (L, p) -радиальный оператора M при искомой функции. Ключевыми при этом являются условия на образ или нуль-пространство ядра интегрального оператора памяти. Полученные результаты усилены в более узком случае (L, p) -ограниченного оператора M . Результаты использованы при исследовании начально-краевых задач с заданной предысторией для линеаризованных систем уравнений, описывающих динамику жидкости Кельвина–Фойгта нулевого и высокого порядков в смысле реологического соотношения, для системы гравитационно-гироскопических волн в приближении Буссинеска, для алгебро-дифференциальных систем уравнений в частных производных с памятью.

К диссертационной работе имеются следующие замечания.

1. В тексте диссертации указано использование интеграла Лебега — Стильеса (только во введении, в списке положений, выносимых на защиту). В основной части диссертации вообще не указано, в каком смысле понимается интеграл в исследуемом в первой главе уравнении, однако из сути изложенного видно, что используется интеграл Римана — Стильеса. Это совпадает со сведениями, указанными в автореферате. Такая путаница затрудняет восприятие читателя.

2. Работу было бы естественно дополнить рассмотрением возможности продолжения по переменной t полученного решения для нагруженного линейного вырожденного эволюционного уравнения, однако, этого не было сделано.

Тем не менее, диссертация производит отличное впечатление. Основные сформулированные утверждения строго обоснованы, научные результаты являются новыми, своевременно опубликованными в солидных рецензируемых журналах. Они могут найти применение и получить дальнейшее развитие в исследованиях, проводимых в Воронежском, Иркутском, Московском, Челябинском государственных университетах, Институте динамики систем и теории управления СО РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН.

Автореферат соответствует содержанию диссертации.

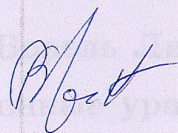
Данная диссертационная работа имеет теоретический характер, она представляет собой математическое исследование на актуальную тему, в котором изучены новые классы задач для дифференциальных уравнений. Результаты диссертации имеют большую научную значимость для специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационная работа «Вырожденные линейные эволюционные уравнения с интегральными возмущениями» удовлетворяет всем требованиям

Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор, Борель Лидия Викторовна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

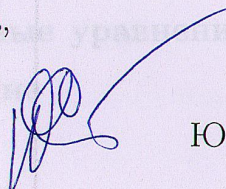
Отзыв подготовлен доктором физ.-мат. наук, профессором Ю. И. Сапроновым. Диссертации и отзыв обсуждены и отзыв принят на заседании кафедры математического моделирования Воронежского государственного университета 10 января 2017 г.

Заведующий кафедрой математического моделирования
Воронежского государственного университета,
доктор физико-математических наук,
профессор



В. А. Костин

Профессор кафедры математического моделирования
Воронежского государственного университета,
доктор физико-математических наук,
профессор



Ю. И. Сапронов

федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Воронежский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)
Математический факультет
Заведующий кафедрой
В. А. Костин
Статистик
должность
И. И. Сапронов С. А.
11.01.2017
подпись, расшифровка подписи



федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Воронежский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)
Математический факультет
Заведующий кафедрой
Ю. И. Сапронов
Статистик
должность
И. И. Сапронов С. А.
11.01.2017
подпись, расшифровка подписи

