

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Якшибаевой Дины Ахатовны

«Методы исследования локальных бифуркаций в

функционально-дифференциальных уравнениях запаздывающего типа»

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Рассматриваемая диссертационная работа Якшибаевой Д. А. посвящена изучению локальных бифуркаций, возникающих в параметрических семействах интегро-дифференциальных уравнений (и систем) с запаздывающим аргументом. Как известно, дифференциальные уравнения запаздывающего типа берут своё начало из прикладных научных и инженерных задач, т.н. моделирование популяционной динамики, обработка сигналов, задачи управления и т.д. С другой стороны, изучение зависимости задач от параметров также неотрывно связано с приложениями, где роль параметров могут играть, например, нагрузки, сопротивления, и др. В данном контексте наибольшую значимость имеет изучение критических (бифуркационных) значений параметров, в окрестностях которых система претерпевает качественные изменения. Таким образом, углубление знаний о поведении систем с запаздыванием вблизи бифуркационных значений параметров является безусловно актуальной задачей с точки зрения как теории, так и приложений.

Диссертация состоит из трех глав. В первой главе приводится ряд вспомогательных фактов: даны элементы общей теории функционально-дифференциальных уравнений запаздывающего типа (ФДУЗТ); описаны основные сценарии локальных бифуркаций ФДУЗТ и операторных уравнений общего вида; приведены общие положения операторного подхода (основанного на методе функционализации параметра) к приближенному построению бифурцирующих решений.

Во второй главе автором рассматривается автономная система с запаздыванием вида

$$x'(t) = \int_0^r x(t-\tau) d_\tau R(\tau, \theta) + \int_0^r \Phi(x(t-\tau), \theta) d_\tau Q(\tau, \theta) + \Psi(x(t-\tau_1), \dots, x(t-\tau_m), \theta), \quad (1)$$

при некоторых естественных условиях на члены системы (см. стр. 45-46), и где θ – параметр (в общем случае, векторный). Предполагается, что $x(t) \equiv 0$ является тривиальным решением системы (1) при любых значениях θ . Тривиальная точка равновесия называется *негиперболической* при значении параметра $\theta = \theta_0$, если характеристический квазиполином, соответствующий уравнению (1) имеет хотя бы один чисто мнимый корень при $\theta = \theta_0$. В этом случае, значение θ_0 называется бифуркационным. Исследуются два сценария локальных бифуркаций в окрестности негиперболической точки равновесия.

1) *Бифуркация положения равновесия*, при которой в окрестности бифуркационного значения параметра возникают новые стационарные решения рассматриваемой задачи;

2) *Бифуркация Андронова-Хопфа*, при которой в окрестности бифуркационного значения параметра появляются периодические решения малой амплитуды.

К основным результатам данной главы можно отнести следующие. 1) Получены достаточные условия наличия указанных бифуркаций в терминах условий на характеристический квазиполином и в терминах соответствующего (1) операторного уравнения. Показано, что данные условия эквиваленты классическим. Однако представляется, что новые условия более удобны с точки зрения их проверки для конкретных задач. 2) Проведен асимптотический анализ бифурцирующих решений посредством метода функционализации параметра соответствующего (1) операторного уравнения. 3) Исследована устойчивость бифурцирующих решений. Теоретические результаты снабжены примерами, что довольно облегчает чтение и способствует пониманию материала.

В третьей главе изучаются аналогичные вопросы для неавтономных ФДУЗТ вида (1) при условии T -периодичности функций $R(\cdot, \tau, \theta)$, $Q(\cdot, \tau, \theta)$, $\Phi(\cdot, x, \theta)$ и $\Psi(\cdot, x, \theta)$. А именно, исследуются два сценария локальных бифуркаций в окрестности негиперболической точки равновесия:

1) *Бифуркация вынужденных колебаний*, при которой в окрестности бифуркационного значения параметра возникают ненулевые T -периодические решения рассматриваемой задачи, имеющие малую амплитуду;

2) *Бифуркация субгармонических колебаний*, при которой в окрестности бифуркационного значения параметра возникают малые ненулевые qT -периодические решения, $q \geq 2$.

Исследование проводится путём сведения неавтономного ФДУЗТ вида (1) к соответствующему операторному уравнению и использования метода функционализации параметра. Основные результаты данной главы следующие. 1) Основываясь на достаточных признаках возникновения бифуркаций для общих операторных уравнений, получены достаточные условия существования бифурцирующих решений неавтономных ФДУЗТ вида (1). 2) Получены формулы приближенного нахождения бифурцирующих решений. 3) Исследован вопрос об их устойчивости.

Замечания к содержанию и общие комментарии:

1) Нет приемлемого сравнения с уже имеющимися результатами по данной тематике, а также с зарубежными исследованиями. Не хватает комментариев о других типах локальных бифуркаций.

2) В Лемме 2.1 (и, как следствие, в Теореме 2.3) не используется часть условий из ситуации негиперболичности U 2.1 (стр. 47), а именно условие «квазиполином не имеет других чисто мнимых корней».

3) В доказательствах Теорем 2.11, 2.13, 3.10, при использовании свойства «обмен

устойчивостью», автор ссылается на работу [76], найти которую в открытом доступе практически невозможно, что затрудняет проверку доказательств.

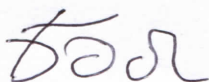
4) В Теоремах 3.2 и 3.4 пропущены необходимые условия на производную матричной функции R_1 по параметру. Более того, в доказательствах данных теорем используются факты (Теоремы 2.15, 2.4), которые не могут быть напрямую применены к неавтономным системам.

В качестве некоторых замечаний к оформлению, укажу следующие. Ссылки на утверждения из монографий не детализированы, что иногда затрудняет чтение. В списке литературы имеются источники, не используемые в тексте диссертации. Имеется ряд опечаток.

Несмотря на указанные замечания, диссертация Якшибаевой Дины Ахатовны «Методы исследования локальных бифуркаций в функционально-дифференциальных уравнениях запаздывающего типа» представляет собой законченную научно-квалификационную работу, основные результаты которой являются новыми, обоснованными и научно значимыми. К сильным сторонам работы следует отнести развитие операторного подхода применительно к приближенному нахождению бифурцирующих решений ФДУЗТ.

Диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к кандидатским диссертациям, а ее автор Якшибаева Дина Ахатовна заслуживает присуждения научной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент



Бобков Владимир Евгеньевич

кандидат физико-математических наук.

научный сотрудник отдела вычислительной математики

ФГБУН Институт математики с вычислительным центром

Уфимского научного центра РАН

450008, г. Уфа, ул. Чернышевского, 112

Тел.: +7 (347) 272-59-36, +7 (347) 273-33-42

Web-site: matem.anrb.ru

E-mail: im@matem.anrb.ru

Тел.: +7 960 383 77 81

E-mail: bobkovve@gmail.com

14 сентября 2016 г.



Бобков В. Е.
Л. Ф. САБИРОВА

Сведения об официальном оппоненте

по диссертации Якшибаевой Дины Ахатовны на тему «Методы исследования локальных бифуркаций в функционально-дифференциальных уравнениях запаздывающего типа» по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Фамилия, имя, отчество	Бобков Владимир Евгеньевич
Гражданство	Российская Федерация
Ученая степень (с указанием шифра специальности научных работников, по которой защищена диссертация)	кандидат физико-математических наук 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
Ученое звание (по кафедре, специальности)	Не имеет
Основное место работы	
Полное наименование организации в соответствии с уставом	Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики с ВЦ Российской академии наук.
Наименование подразделения	Отдел вычислительной математики
Должность	Младший научный сотрудник
Почтовый индекс, адрес, веб-сайт, телефон, адрес электронной почты организации	Российская федерация, веб-сайт matem.anrb.ru E-mail: bobkovve@gmail.com Тел. 8(495)494-32-38
Публикации	
1. Бобков В. Е. О существовании знакопеременного решения эллиптических уравнений с выпукло-вогнутыми нелинейностями // Уфимский математический журнал. 2013. Т. 5, № 2. С. 18–30.	
2. Bobkov V., Il'yasov Y. Asymptotic behaviour of branches for ground states of elliptic systems // Electronic Journal of Differential Equations. 2013. Vol. 2013, no. 212. P. 1–21.	
3. Бобков В. Е. О существовании непрерывной ветви знакопеременных решений эллиптических уравнений с выпукло-вогнутыми нелинейностями // Дифференциальные Уравнения. 2014. Т. 50, № 06. С. 768–779.	
4. Bobkov V. Least energy nodal solutions for elliptic equations with indefinite nonlinearity // Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations. 2014. no. 56. P. 1–15.	

Ученый секретарь совета Д002.057.01

С.В. Попенов



С.В. Попенов
П.Ф. САБИРОВА