

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор

Ярославского государственного университета

им. П.Г. Демидова, д. физ.-мат. н., профессор

С.А. Кашенко



«12» 09 2016 г.

О Т З Ы В

ведущей организации на работу Якшибаевой Дины Ахатовны «Методы исследования локальных бифуркаций в функционально - дифференциальных уравнениях запаздывающего типа», представленную в качестве диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Теория бифуркаций играет важную роль при исследовании математических моделей нелинейных динамических систем. Она объясняет качественные перестройки, которые возможны в динамической системе при малых изменениях параметров. Это служит важным направлением в понимании поведения решений динамической системы. Теория бифуркаций позволяет предсказать такие явления как возникновение или исчезновение стационарных режимов, периодических и квазипериодических колебаний, гомоклинических и гетероклинических траекторий, инвариантных торов и др. Исследование различных бифуркаций важно как с теоретической, так и практической точек зрения.

Диссертационная работа Якшибаевой Д.А. посвящена вопросам исследования локальных бифуркаций в динамических системах, содержащих запаздывания различной природы. В качестве основного объекта исследования рассматриваются зависящие от параметров функционально-дифференциальные уравнения запаздывающего типа (ФДУЗТ). Предполагается, что уравнение имеет точку равновесия, которая при некоторых значениях параметров является негиперболической. Вопросы исследования поведения решений дифференциальных уравнений в окрестностях негиперболических точек равновесия изучаются в теории бифуркаций и с точки зрения общей теории дифференциальных уравнений и ее приложений представляются одними из наиболее интересных как в теоретическом, так и в практическом плане. Тема диссертации актуальна.

Диссертация Якшибаевой Д.А. состоит из трех глав. Первая глава носит вспомогательный характер, в ней приводятся необходимые сведения, приводятся постановки основных задач. В этой же главе дается обоснование операторного метода исследования задач о возникновении малых ненулевых решений уравнений в бесконечномерных гильбертовых пространствах, который далее используется в диссертации при изучении простейших бифуркации состояния равновесия. По сути предложенный метод является развитием разработанного ранее операторного метода исследования задач о бифуркации малых решений уравнений в конечномерных пространствах.

Вторая глава посвящена исследованию локальных бифуркаций в динамических системах, описываемых автономными ФДУЗТ. Здесь рассматриваются простейшие состояния равновесия – критические случаи нулевого корня, кратного нулевого корня без жордановой клетки, одной пары чисто мнимых корней (бифуркация Андронова-Хопфа). На основе разработанного в первой главе операторного подхода получены достаточные признаки локальных бифуркаций. Получены асимптотические (по степеням малого параметра) представления возникающих решений ФДУЗТ. Проводится анализ устойчивости решений в задаче о бифуркации положений равновесия и бифуркации Андронова-Хопфа.

В третьей главе изучаются задачи о локальных бифуркаций в динамических системах, описываемых неавтономными ФДУЗТ. Рассматриваются бифуркации вынужденных и субгармонических колебаний. Здесь также приводятся новые достаточные признаки локальных бифуркаций, изучаются вопросы приближенного исследования бифуркаций, в том числе указаны асимптотические представления возникающих решений ФДУЗТ, проводится анализ устойчивости решений. Исследования во второй и третьей главе проводятся в соответствии с предложенной в первой главе общей операторной схеме. Полученные результаты иллюстрируются на ряде примеров.

Следует отметить, что изучаемые в диссертации задачи, а также и более сложные случаи вырождений для конкретных уравнений с запаздывающим аргументом и уравнений достаточно общего вида рассматривались в большом количестве работ. Это работы Колесова Ю.С., Хейла Дж., Глызина С.Д., Кащенко С.А., Колесова А.Ю., Кубышкина Е.П. и др. Так, Колесовым Ю.С. полностью решена задача бифуркации Андронова-Хопфа для уравнений с запаздывающим аргументом. Получены условия жесткого и мягкого возникновения периодического решения, разработан алгоритм построения асимптотики этого решения. (Автоколебания в системах с запаздыванием. Колесов Ю.С., Швитра Д.Е., Вильнюс: Мокслас, 1979, 148 с.). Первые работы относятся к началу 70-х годов прошлого столетия. Эти работы и результаты никак не отмечены в диссертации. В настоящее время наиболее эффективным методом исследования локальных бифуркаций автономных

уравнений с запаздывающим аргументом и уравнений с распределенными параметрами является метод центральных многообразий. Метод позволяет сводить рассмотрение задачи бифуркации решений уравнения с запаздыванием к рассмотрению аналогичной задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, размерность которой определяется размерностью рассматриваемого критического случая. Эта система уравнений может быть эффективно построена непосредственно по исходному уравнению. Система строится в нормализованном виде, содержащем минимально возможное число параметров. В рассматриваемых в диссертации критических случаях это системы первого и второго порядков, анализ которых не представляет труда. Для периодических систем также имеет место быть теорема об инвариантном периодическом критическом многообразии, которое позволяет сводить исследование задачи бифуркаций решений уравнений с запаздывающим аргументом к анализу конечномерных критических систем дифференциальных уравнений.

Предложенный в работе Якшибаевой Д.А. операторный метод исследования задач локальных бифуркаций состояния равновесия ФДУЗТ в простейших критических случаях является еще одним методом решения указанных задач.

Диссертационная работа Якшибаевой Д.А. в целом является завершенным научным исследованием, выполненным на актуальную тему, и носит в большей степени квалификационный характер. Основной ее научный результат - разработка операторных методов аналитического и приближенного исследования задач о локальных бифуркациях в окрестностях негиперболических точек равновесия ФДУЗТ является новым и может быть полезным при изучении многих задач теории дифференциальных уравнений, теории динамических систем, теории нелинейных колебаний и их приложений.

Результаты диссертации целесообразно использовать в Московском, Башкирском, Воронежском, Нижегородском, Пермском, Ярославском госуниверситетах, в Институте проблем передачи информации РАН, в Институте математики с ВЦ УНЦ РАН и других организациях.

Диссертация Якшибаевой Д.А. оформлена и написана достаточно хорошо, к изложению особых замечаний нет. Результаты работы достаточно полно опубликованы. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Работа демонстрирует достаточно высокий уровень математической культуры автора: свободное владение методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений, методами современной теории динамических систем, теории нелинейных колебаний, функционального анализа, теории операторов и др.

Основное замечание по диссертации следующее: автором должно быть четко определено место ее исследований в многообразии работ, выполненных по рассматриваемой в работе тематике.

Диссертационная работа Якшибаевой Д.А. обсуждена на заседании кафедры математического моделирования (протокол № 1 от 12 сентября 2016 г.).

Работа Якшибаевой Д.А. удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Автор диссертации – Якшибаева Дина Ахатовна – заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук
(специальность 01.02.01-Теоретическая механика),
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова»,
150003, г.Ярославль, ул.Советская, 14
тел. +7 (4852) 78-86-05, e-mail: kubysh@uniyar.ac.ru,
профессор кафедры математического моделирования

Е.П.Кубышкин



Подпись заверяю:
Начальник управления по работе
с персоналом

Р.И. Волкова

Сведения о ведущей организации
по диссертации Якшибаевой Дины Ахатовны
«Методы исследования локальных бифуркаций в
функционально-дифференциальных уравнениях запаздывающего типа»
по специальности 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление, представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Полное и сокращенное наименование организации	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова», ЯрГУ
Почтовый индекс, адрес	150003, г.Ярославль, ул.Советская, д.14
Телефон, адрес электронной почты, сайт	+7 (4852) 78-86-05, rectorat@uniyar.ac.ru , http://www.uniyar.ac.ru
Список публикаций работников по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет (не более 15 публикаций): 1. Коверга А.Ю., Кубышкин Е.П. Хаотические колебания распределенной динамической системы с бесконечным запаздыванием. Модел. и анализ информ. систем. Т.18.№ 1. 2011. С.46-55. 2. Коверга А.Ю. Кубышкин Е.П. Особенности поведения решений нелинейной динамической системы в случае двухчастотного параметрического резонанса. Журнал выч.матем.и мат.физики.2013.Т.53.№5.С.737-743. 3. Кубышкин Е.П., Назаров А.Ю. Мультистабильность в поведении решений одного нелинейного дифференциально-разностного уравнения первого порядка с малым параметром при производной. Вестник Нижегородского университета им.Н.И.Лобачевского. Серия Математика.2013.№1(3).С.146-156. 4. Коверга А.Ю.,Кубышкин Е.П. Особенности поведения решений РС-генератора с запаздывающей обратной связью в случае двухчастотного параметрического резонанса. Вестник Нижегородского университета им.Н.И.Лобачевского. Серия Радиофизика.2013.№1(3).С.190-195. 5. Глызин Д. С., Кубышкин Е. П., Морякова А. Р. О нулях некоторых характеристических квазиполиномов. Модел. и анализ информ. систем. Т. 22, № 1. 2015. С. 74–84. 6. Кубышкин Е. П., Морякова А. Р. Исследование колебательных решений дифференциально-разностного уравнения второго порядка в одном критическом случае. Модел. и анализ информ. систем. Т. 22, № 3. 2015. С. 439–447. 7. Голубенец В.О. Анализ локальных бифуркаций для уравнения с запаздыванием, зависящим от искомой функции. Моделирование и анализ информационных систем. 2015;22(5):711-722. 8. Кашенко С.А. Релаксационные колебания в системе с запаздываниями, моделирующей задачу «хищник–жертва». Моделирование и анализ информационных систем. 2013;20(1):52-98. 9. Кашенко И.С. Пространственные особенности высокомодовых бифуркаций в распределенном логистическом уравнении. Моделирование и анализ информационных систем. 2013;20(3):29-42. 10. Глызин Д.С., Кашенко С.А. Динамика комплексного пространственно-распределенного уравнения Хатчинсона. Моделирование и анализ информационных систем. 2012;19(5):35-39.	

Первый проректор



С.А. Кашенко