ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Талиповой Г.Р.

«Подпоследовательности нулей целых функций экспоненциального типа и полнота систем экспонент на интервале», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Тематика диссертационной работы Галии Рифкатовны Талиповой относится к исследованию взаимного влияния распределения нулей целых функций экспоненциального типа и роста функций вблизи бесконечно удаленной точки. Это направление развития теории целых функций вызывало интерес у многих высококвалифицированных математиков как в прошлом, так и в настоящее время (Н. Винер и Р. Пэли, Н. Левинсон, Б.Я. Левин, Л. Шварц, М.М. Джрбашян, Р.М. Янг, А. Ф. Леонтьев, П. Кусис, В.П. Хавин и Б. Ерикке, А.М. Седлецкий, Б.Н. Хабибуллин, и др.). Было проведено много тонких глубоких исследований, получены интересные результаты, открывающие перспективы дальнейшего развития теории.

Актуальность тематики исследования обусловлена как выбором объекта исследования (теория целых функций имеет многочисленные приложения и интересна многим математикам), так и уровнем основных результатов Г.Р. Талиповой, которые прошли экспертизу и были опубликованы в рейтинговых журналах. Результаты данной диссертации дают новые условия, при которых последовательность точек комплексной плоскости является подпоследовательностью нулей для некоторой целой функции экспоненциального типа, и примыкают к известным теоремам типа теоремы М. Картрайт, продолжая исследования довольно многочисленной компании авторов: Л. Шварца, Н. Левинсона, А. Берлинга и П. Мальявена, Н.Г. Макарова и А.Г. Полторацкого, А.Д. Баранова и др. Кроме того, с учетом связи полноты систем экспонент в пространствах функций и последовательностями единственности (последовательностями нулей) в пространстве Бернштейна, последние играют важную роль в изучении некоторых аппроксимативных качеств систем экспонент. Таким образом, результаты Г.Р. Талиповой представляют определенный интерес с точки зрения аппроксимации, где полнота, минимальность и устойчивость системы востребованы.

Исходя из вышесказанного, определенно можно утверждать, что диссертационная работа Г.Р. Талиповой «Подпоследовательности нулей целых функций экспоненциального типа и полнота систем экспонент на интервале», является **актуальной**, а полученные результаты выглядят интересными и важными как с точки зрения развития собственной теории целых функций, так и приложений к задачам аппроксимации.

Основные результаты диссертационной работы составляют содержание Теорем 2.1, 2.3 и Основной Теоремы.

В теореме 2.1 содержится критерий последовательности единственности для пространства Бернштейна в виде ограничений на значения преобразования Пуассона тестовой функции специального класса в точках исследуемой последовательности. Весьма не тривиальное доказательство Теоремы 2.1 опирается на приемы и методы теории функций вещественной переменной, теории функций комплексной переменной и существенно использует аппарат теории потенциала. Для чего формулировка Теоремы 2.1 переписывается в терминах потенциала Йенсена, некоторые свойства которого аккуратно и корректно доказываются диссертанткой. При этом теоремы и леммы, не принадлежащие диссертантке и подробно процитированные в тексте диссертации в целях полноты и прозрачности доказательств, все снабжены ссылками на авторские работы.

Теорема 2.3 содержит основной итог исследования Г.Р. Талиповой полноты экспоненциальных систем в пространствах C, и L^p, $p \geq 1$, на интервале. Приведено подробное и четкое доказательство этой теоремы, опирающееся на Теорему 2.1.

Основная Теорема является критерием последовательности (не)единственности для весового класса целых функций выделяемых мажорантой из класса Картрайт, т.е. субгармонической функцией $u(z)$ гармонической в верхней полуплоскости, удовлетворяющей условию зеркальной симметрии относительно вещественной оси, конечного типа при порядке 1 и удовлетворяющей неравенству

$$\int_{R}\frac{u^{+}(x)}{x^{2}}\,dx<+\infty,\quad u^{+}:=\max\{0,u\}.$$

Доказательство Основной Теоремы базируется на результатах Т.Ю. Байгускарова и оригинальном детальном исследовании класса функций Картрайт с использованием известного логарифмического ядра, для которого изящным способом было получено нужное интегральное представление. Следует подчеркнуть, что доказательства основных результатов, оригинальных вспомогательных, а так же следствий, выводов и решение удачно иллюстрирующих теорию примеров проведено всегда грамотно и подробно.

Таким образом, можно констатировать, что **степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации** полная.

Достоверность исследования подтверждается безукоризненно проведенными строгими доказательствами всех результатов, многочисленными выступлениями по теме диссертации на международных конференциях и уровнем опубликования основных результатов. Математический аппарат проведенных в диссертации исследований базируется на современных методах теории функций, краевых задач для дифференциальных уравнений, теории потенциала и свидетельствует о добротной математической подготовке диссертанта. Все это так же подтверждает о**боснованность научных положений, выводов, сформулированных в диссертации, достоверность** результатов, содержащихся в диссертационной работе.

Научная новизна исследования заключается в следующем. Получен критерий (не)единственности последовательности точек комплексной плоскости в классе Бернштейна (целых функций экспоненциального типа ограниченных на вещественной оси). Этот результат (Теорема 2.1) является новым и представляет собой нетривиальное идейное и техническое развитие исследования Б.Н.Хабибуллина (Известия АН СССР. Серия матем. Т. 55. №5. 1991. С. 1101–1123). В свою очередь результаты Теоремы 2.1 обобщены на подпоследовательности нулей более широких классов целых функций, рост логарифма которых ограничен субгармонической функцией класса Картрай (Основная Теорема). Таким образом, все вынесенные на защиту результаты являются **новыми.**

Значимость для науки и практики полученных результатов. В диссертационной работе получены новые интересные результаты по актуальной тематике, научная значимость которых не вызывает сомнения. Так, например, из теоремы 2.3легко (и это продемонстрировано в диссертации) выводится классический результат – Теорема Шварца, частным случаем Теоремы 2.1 является утверждение Теоремы Картрайт, а из Теорем 2.1, 2.3 выводится знаменитая Теорема Берлинга – Мальявена. Таким образом, доказанные Г.Р. Талиповой теоремы обобщают некоторые классические результаты. Кроме того, в диссертационной работе получено приложение Теоремы 2.1 к выводу достаточного условия устойчивости подпоследовательности нулей (Теорема 2.4). А результаты, связанные с полнотой и устойчивостью систем функций, интересны с точки зрения интерполяции, при аналитическом продолжении, представлении рядами.

Результаты данной диссертационной работы могут быть использованы в исследованиях, проводимых научными коллективами в Московском государственном университете, в Институте математики с ВЦ УНЦ РАН, Южном федеральном университете, Казанском (Приволжском) федеральном университете, Башкирском государственном университете.

Диссертационная работа Г.Р. Талиповой представляет собой цельное завершенное научное исследование, выполненное по актуальной тематике, содержащее ряд значимых результатов, хорошо оформленное и написанное хорошим литературным языком.

Приведем некоторые замечания, не влияющие, однако, на общую высокую оценку работы.

1. На с. 6, 16 строка снизу нет согласования в окончаниях.
2. На с. 9, 5 строка снизу опечатка: «компактной подмножество…» вместо компактное подмножество.
3. На с. 65, 4 строка сверху слово «получить» написано подряд два раза.
4. На с. 71, 1 строка сверху опечатка: написано «Йесен» вместо Йенсон.

Высказанные замечания не влияют на общий высокий уровень оценки диссертационной работы, которая является завершенным научным исследованием. Все научные положения и выводы, сформулированные в диссертации, выглядят достоверными, а их обоснования убедительными, проведенными технически грамотно и изобретательно, с высокой математической культурой. Все основные результаты своевременно опубликованы. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

На основании изложенного считаю, что диссертационная работа Галии Рифкатовны Талиповой соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 г. № 842, предъявленным к кандидатским диссертациям, а соискатель, получивший точные эффективные решения сложной задачи, достоин присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 –вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент, доктор ф.-м.н.,
доцент, профессор кафедры высшей математики
ФГБОУ ВО «Казанский государственный
архитектурно-строительный университет» П. Л. Шабалин

8.09.2016

Адрес: Республика Татарстан, 420043, г.Казань, ул.Зеленая, 1
тел.: +7(843) 510-46-01; E-mail: pavel.shabalin@mail.ru