

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по науке и инновациям  
Воронежского государственного  
университета  
д.б.н., профессор В.Н. Попов



« 20 » мая 2017 г.

ведущей организации на диссертационную работу Сулейменова Кенесары Машимовича «О вложениях некоторых классов функций переменного приращения и со смешанной нормой», представленную к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

#### Актуальность темы диссертации

Диссертационная работа К.М. Сулейменова посвящена изучению классов функций и функциональных пространств одного и многих переменных - нахождению необходимых и достаточных условий вложения классов функций и функциональных пространств одного и многих переменных.

Теория вложения функциональных пространств дифференцируемых функций возникла в 30 - х годах XX века в работах С.Л. Соболева в связи с решением ряда задач математической физики. В начале 50 - х годов С.М. Никольский методами теории приближения функций построил теорию вложения анизотропных пространств дифференцируемых функций  $H^r(E^n)$ , показал, что они образуют замкнутую систему относительно теорем вложения и получил обращение тех теорем вложения, которые касались перехода к многообразиям меньших размерностей без изменения метрики. Далее, спустя почти десятилетие, О.В. Бесов построил теорию пространств  $B^s(E^n)$ , интересных, в частности, тем, что они, подобно пространствам  $H^r(E^n)$  образуют замкнутую систему относительно теорем вложения.

Впоследствии эта теория активно развивалась и развивается сейчас.

В развитой теории вложений классов функций одного и многих переменных, где преимущественно исследовались классы, определяемые значениями числовых параметров, являющихся показателями степенных функций, в том или ином смысле входящих в определения этих классов, в середине 60-х годов XX века П.Л. Ульянов сформулировал и в ряде важнейших случаев, на основе разработанных им же тонких методов метрической теории функций, получил решения новых задач, заключающихся в нахождении необходимых и достаточных условий вложения для классов функций, определяемых произвольными модулями непрерывности.

Первая теорема вложения была получена Е. Титчмаршем в 1927 году, этот результат был сразу же усилен Г. Харди и Д. Литтлвудом, доказавшим вложение  $[ ] — P < Y <$

$Lip(a,p) \subset Lip(a-(\sqrt{p}-\sqrt{q}),q)$

В свою очередь, неусилимость в определенном смысле приведенного вложения была установлена П.Л. Ульяновым в 1967 г.

В работе рассмотрен следующий круг вопросов:

1. Нахождение необходимых и достаточных условий вложения классов функций одного переменного, определяемых модулем непрерывности переменного приращения.

2. Нахождение необходимых и достаточных условий вложения анизотропных пространств функций типа Никольского-Бесова, определяемых модулем гладкости в смешанной норме.

### Научная новизна исследования и его результатов

Все результаты диссертации являются новыми:

- получена оценка сверху невозрастающей неотрицательной функции  $f \in L^p(0,1)$  через модуль непрерывности переменного приращения.

- получены необходимые и достаточные условия для вложения  $H_{p, \lambda}^s$  CZ (случай  $f \in L^p$ ).

- получены необходимые и достаточные условия для вложения  $W_{p, \lambda}^s$  в  $L^p$ .

- получены необходимые и достаточные условия для вложения  $H_{p, \lambda}^s$  в  $L^p$  (случай  $f \in L^p$ ), причем, необходимость условий доказана при определенных условиях.

получены необходимые и достаточные условия для вложения  $H_{p, \lambda}^s$  в  $L^p$  (случай  $f \in L^p$ ), причем, необходимость условий доказана при определенных условиях.

### Значимость результатов диссертации

Работа носит теоретический характер, с возможными практическими применениями. Результаты проведенного исследования обогащают теорию вложения классов функций и функциональных пространств одного и многих переменных. Они обобщают и в некоторых случаях уточняют ранее полученные результаты, к примеру, показано, что достаточные условия вложения

являются и необходимыми. Также рассмотрены для анизотропных пространств отдельные случаи модулей непрерывностей  $CO_{j, \dots, (O_p \cdot \text{степенные } CO_j = \wedge, \text{ } ^{60}j \sim r_j \text{ } ^{1\Pi}$  и др.

О

### Общая оценка диссертационной работы

Диссертационная работа выполнена на высоком научном уровне, содержит важные новые, в определенном смысле завершенные научные результаты. Полученные результаты имеют существенное значение для дальнейших исследований. Тема диссертации соответствует специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ. Содержание диссертационной работы достаточно полно отражено в автореферате. Основные результаты диссертации опубликованы в четырех статьях и в пяти тезисах докладов. Материалы

диссертации докладывались и обсуждались на 7 научных семинарах в РФ и в Республике Казахстан.

### Общие замечания

По диссертационной работе следует указать следующие замечания:

- Рассматриваемый класс функций определен через скорость убывания модули непрерывности монотонной функций  $J \in L^p(0,1)$ , в этом случае невозрастающая перестановка и сама функция совпадают, изучаемый класс функций в дальнейших исследованиях может быть расширен;

- Имеются дополнительные условия в двух критериях вложения, в доказательствах необходимости найденных условий, которые могут быть сняты.

Указанные недостатки умаляют значимость работы и не влияют на положительную оценку диссертационных исследований.

### Заключение

Диссертация К.М. Сулейменова «О вложениях некоторых классов функций переменного приращения и со смешанной нормой» отвечает всем требованиям Положения ВАК Минобрнауки РФ о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Кенесары Машимович Сулейменов заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв подготовлен Л.Н. Ляховым, обсужден и одобрен на заседании кафедры математического и прикладного анализа Воронежского государственного университета «20» \_\_\_\_\_ 2017 г. (протокол № \_\_\_\_\_).

Заведующий кафедрой математического и прикладного анализа проф. д.ф.-м.н.

А.И. Шашкин

Профессор кафедры математического и прикладного анализа д.ф.-м.н.

Л.Н. Ляхов

Сведения о ведущей организации:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет»  
ФГБОУ ВО «ВГУ»

Адрес: Россия, 394018, г. Воронеж, Университетская площадь, 1

Телефон: +7 (473) 220-75-21

Факс: +7 (473) 220-87-55

E-mail: [office@main.vsu.ru](mailto:office@main.vsu.ru)

Сайт: [www.vsu.ru](http://www.vsu.ru)

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет»  
11 • /ФГБОУ ВО «ВГУ»

Подпись \_\_\_\_\_

заверяю \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_  
подпись, расшифровка подписи

