

Отчет отдела вычислительной математики за 2011г.

Научные результаты

Нелинейный анализ

- Продолжительное время являлся открытым вопрос о том как исследовать задачи о существовании решений краевых задач с нелинейностями имеющими степенной рост на бесконечности выше критического показателя соболева (сверхкритических показателей нелинейностей) при условии, что главный член в уравнении является нелинейным, например главный член уравнения является p -Лапласианом. В случае нелинейностей со степенным ростом на бесконечности ниже критического показателя Соболева доказательства существования решений основываются на теореме вложения Соболева. Когда главный член в уравнении является линейным в некоторых случаях подобные задачи решаются с помощью бифуркационных методов и метода верхних-нижних решений. За отчетный период Я.Ш. Ильясовым в совместной работе с Т.Рунстом (Йена, Германия) впервые найден ответ на выделенный вопрос. В частности доказано существование ветвей положительных решений для уравнений с p -Лапласианом и с нелинейностями неопределенного знака с сверхкритическими показателями нелинейностей. Более того для решения этой задачи предложен принципиально новый метод доказательства существования решений основанный на неявном нахождении верхних и нижних решений и явной вариационной формуле для экстремального значения спектрального параметра. (Результат для ОМН РАН).
- Для уравнений с вырождающимся лапласианом и нелипшицевыми нелинейностями получены новые критерии существования решений у которых нарушается принцип максимума Хопфа на границе. Решена открытая проблема об отсутствии трансфазных решений для уравнений с p -Лапласианом и с потенциалом типа двойного минимума.

Численное интегрирование

- Предложен ненасыщаемый алгоритм асимптотически оптимальных кубатурных формул с ограниченным пограничным слоем и дано его полное обоснование. Это алгоритм построения решетчатых кубатурных формул, ненасыщаемых не только по порядку, но и по свойству асимптотической оптимальности на W_2^m -пространствах, $m \in (n/2, \infty)$. Под ненасыщаемостью вычислительных алгоритмов (по К.И. Бабенко) понимается сохранение оптимальных порядков сходимостей для всех функциональных пространств, являющихся параметрами задачи. (Результат для ОМН РАН).
- Исследован вариант алгоритма для не кубической решетки узлов.
- Разработан алгоритм расчета многомерных вариационных сплайнов в банаховых пространствах.

Исследование уравнений Навье-Стокса

Получены новые результаты о вихревых потоках для уравнений Навье-Стокса, определены новые семейства точных решений. Доказано, что сумма базовых решений есть решение нелинейной задачи, если волновые векторы: а) лежат на одной прямой проходящей через начало координат, б) лежат на одной плоскости и коэффициенты Фурье удовлетворяют некоторым дополнительным условиям. Построены явные решения нелинейной задачи на основе базовых решений, собственные значения которых совпадают.

Научно-организационная деятельность

Координация работ

При отделе работает *Семинар по вычислительной математике и смежным вопросам*. Сотрудники отдела участвовали в подготовке и организации конференций:

1. Спектральная теория операторов и ее приложения. Конференция посвящена памяти Анатолия Гордеевича Костюченко, 13-15 июня 2011 г., Уфа.
2. VI Уфимская международная конференция «Комплексный анализ и дифференциальные уравнения». 3-7 октября 2011г. Уфа,

Международное сотрудничество

Ведутся совместные научные исследования с следующими учеными:

1. Т. Рунстом (T.Runst), Университет Фридриха Шиллера Йена, г. Йена, Германия (Friedrich-Schiller-University of Jena, Jena, Germany)
2. П. Такач (P. Takacs), Университет Росток, Росток, Германия (University of Rostock, Germany)

Перечень конференций

1. 8th International Conference on Function Spaces, Differential Operators, Nonlinear Analysis (FSDONA-2011) September 18-24, 2011, in Tabarz (Germany), (приглашенный доклад)
2. Дифференциальные уравнения в математической физике, Конференция в честь юбилея Александра Ильича Комеча, ИППИ РАН, Большой Каретный пер., 19, 26-27 мая 2011 г., Москва, (приглашенный доклад).
3. Спектральная теория операторов и ее приложения. Конференция посвящена памяти Анатолия Гордеевича Костюченко, 13-15 июня 2011 г., Уфа, (2 участника).
4. Всероссийская конференция по вычислительной математике КВМ-2011. 29 июня - 1 июля 2011 г. Академгородок, Новосибирск, Россия (2 участника).
5. Международная конференция «Кубатурные формулы, методы Монте-Карло и их приложения», посвященная 90-летию со дня рождения И. П. Мысовских. Красноярск, 4-7 июля 2011 г., (2 участника).
6. VI Уфимская международная конференция «Комплексный анализ и дифференциальные уравнения». Уфа, 3-7 октября 2011 г., (3 участника).
7. 20th Summer St. Petersburg Meeting in Mathematical Analysis June 24 - 29, 2011. Saint-Petersburg, Russia, (2 участника).
8. Спектральная теория операторов и ее приложения. БГПА, июнь, 27-30, Стерлитамак (1 участник).
9. 6-я международная конференция по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям (DFDE) Москва, МИАН, 18-20.08.2011 (1 участник).

10. International Conference “CONTINUUM MECHANICS AND RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS”, dedicated to the 120-th birthday anniversary of academician N. Muskhelishvili (1891 -1976), «Мусхелишвили 110» Тбилиси МИ ГНАН, ТГУ, Сентябрь 10-14, 2011 (1 участник).
11. 2 - International conference of the Georgian Mathematical Union Батуми БГУ , Грузия, September 15-19, 2011 (1 участник).

Подготовка кадров и педагогическая деятельность

Руководство работой аспирантов:

1. Бузина Е.А. (аспирант третьего года обучения Института математики с вычислительным центром Уфимского научного центра РАН)
2. Хайруллина Л.А. (аспирант третьего года обучения БашГУ)

Читаемые спецкурсы:

1. Обобщенные функции (УГАТУ)
2. Специальные главы математического программирования (БГПУ)
3. Современные проблемы прикладной математики и информатики (УГАТУ)
4. Параллельные вычисления (БГУ)
5. Высокопроизводительные вычисления (БГУ)

Гранты

1. Гранты РФФИ: 09-01-00349-а, 09-01-00530-а, 11-01-00348-а.

Список литературы

- [1] Yavdat Il'yasov, Thomas Runst, Positive solutions of indefinite equations with p-Laplacian and supercritical nonlinearity. Complex Var. Elliptic Equ. 56, No. 10-11, 945-954 (2011).
- [2] Il'yasov, Yavdat, The method of the extended functional and solvability of elliptic problems with supercritical exponents, Lecture Notes of 8th International Conference on Function Spaces, Differential Operators, Nonlinear Analysis (FSDONA-2011), <http://fsdona2011.uni-jena.de/fsdona11-ln.html> (2011).

- [3] Рамазанов М. Д. Ненасыщаемый алгоритм решетчатых кубатурных формул. — 2011. // Тезисы докладов всероссийской конференции по вычислительной математике КВМ–2011. 29 июня — 1 июля 2011 г. Академгородок, Новосибирск, Россия. — 2011. URL: http://www.ict.nsc.ru/ws/show_abstract.dhtml?ru+220+16176.
- [4] Рамазанов М. Д. Ненасыщаемый алгоритм решетчатых кубатурных формул // Сборник материалов международной конференции «Кубатурные формулы, методы Монте-Карло и их приложения», посвященной 90-летию со дня рождения И. П. Мысовских. Красноярск, 4-7 июля 2011 года.— 2011. 97–99.
- [5] Рамазанов М. Д. Многомерные вариационные сплайны в общих банаховых пространствах // Доклады Академии Наук. — 2011.,437, 5, 603–605.
- [6] Рахматуллин Д. Я. Ненасыщаемый алгоритм решетчатых кубатурных формул для наилучших решеток // Сборник материалов международной конференции «Кубатурные формулы, методы Монте-Карло и их приложения», посвященной 90-летию со дня рождения И. П. Мысовских. Красноярск, 4-7 июля 2011 года.— 2011, 99–100.
- [7] Рахматуллин Д. Я. Ненасыщаемый алгоритм решетчатых кубатурных формул для наилучших решеток // Тезисы докладов всероссийской конференции по вычислительной математике КВМ-2011. 29 июня - 1 июля 2011 г. Академгородок, Новосибирск, Россия. - 2011. http://www.sbras.ru/ws/show_abstract.dhtml?ru+220+16203.
- [8] Р.С. Сакс, Задача Коши для уравнений Навье-Стокса, метод Фурье, «Уфимский математический журнал» 2011, т. 3, №1. 53-79.
- [9] Р.С. Сакс, Задача Коши для уравнений Навье-Стокса во вращающемся пространстве, Международный научный журнал «Спектральные и эволюционные задачи» 2011, том 21, № 2, 106-132 Таврический Нац.Ун.-т, Симферополь
- [10] Saks R.S. Complex approach to studying the Cauchy problem for the Navier-Stokes equations Proceeding of A.Razmadze Mathematical Institute (Dedicated to 120h birthday anniversary of acad. N.Muskhelishvili) 2011, v.156, 113-148